

Stærðfræðikeppni Menntaskólans í Reykjavík fyrir grunnskólanema, haldin 14. mars 2023 8. bekkur

Lausnir

Dæmi 1. Svar: 3.

LAUSN: Hér fæst $\frac{25-7}{17-11} = \frac{18}{6} = 3$.

Dæmi 2. Svar: 0,039.

LAUSN: Vaxandi röð talnanna er 0,039 0,19 0,8901 og 0,9 þannig að 0,039 er minnst.

Dæmi 3. Svar: 44.

LAUSN: Hér fæst $7 \cdot 8 + 2 \cdot 0 - 4 \cdot 3 = 56 + 0 - 12 = 44$.

Dæmi 4. Svar: 3.

LAUSN: Talan 1 er ekki framtala en 2 er eina slétta framtalan. Tölurnar 3 og 19 eru frumtölur. Tölurnar 15 og 27 eru deilanlegar með 3 og því ekki frumtölur. Hér eru því þrjár frumtölur.

Dæmi 5. Svar: 2.

LAUSN: Hér fæst að $\frac{6+4}{n} = 5$ er jafngilt $6+4=5n$ eða $10=5n$ sem gefur $n=2$.

Dæmi 6. Svar: 2020.

LAUSN: Hér má taka 101 útfyrir sviga og fá

$$2 \cdot 101 + 3 \cdot 101 + 4 \cdot 101 + 5 \cdot 101 + 6 \cdot 101 = 101 \cdot (2 + 3 + 4 + 5 + 6) = 101 \cdot 20 = 2020.$$

Dæmi 7. Svar: $\frac{13}{16}$.

LAUSN: Við gerum samnefnt og fáum $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{8}{16} + \frac{4}{16} + \frac{1}{16} = \frac{8+4+1}{16} = \frac{13}{16}$.

Dæmi 8. Svar: $\frac{4}{9}$.

LAUSN: Við gerum brotin samnefnd og fáum $\frac{1}{3} = \frac{12}{36}$, $\frac{1}{4} = \frac{9}{36}$, $\frac{4}{9} = \frac{16}{36}$, $\frac{5}{12} = \frac{15}{36}$ og þá

sést að $\frac{4}{9}$ er stærst.

Dæmi 9. Svar: 4:10.

LAUSN: Átta klukkustundum eftir klukkan 7:25 er klukkan orðin 15:25 eða 3:25 eftir hádegi (sem er ekki tekið fram í dæminu) en 45 mínútum síðar er klukkna orðin 4:10 sem er þá svarið.

Dæmi 10. Svar: 50° .

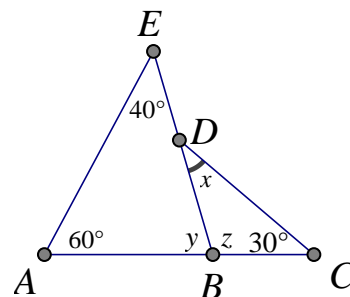
LAUSN: Látum $y = \angle ABE$ og $z = \angle DBC$. Þá gefur

hornasumma þríhyrnings að $y = 180^\circ - (60^\circ + 40^\circ) = 80^\circ$. Svo eru

y og z grannhorn svo $z = 180^\circ - y = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$.

Hornasumma þríhyrnings gefur að loks

$x = 180^\circ - (30^\circ + z) = 180^\circ - (30^\circ + 100^\circ) = 50^\circ$.



Dæmi 11. Svar: 0.

LAUSN: Við getum valið hvaða samliggjandi jákvæðar heiltölur sem er. A.m.k. ein þeirra hefur þáttinn 5 (síðasti tölustafur er 0 eða 5) og a.m.k. ein þeirra hefur þáttinn 2 (síðasti tölustafur er slétt tala). Þá er a.m.k. einn þáttur í margfeldi talnanna $5 \cdot 2 = 10$ svo talan endar á 0.

Dæmi 12. Svar: 6.

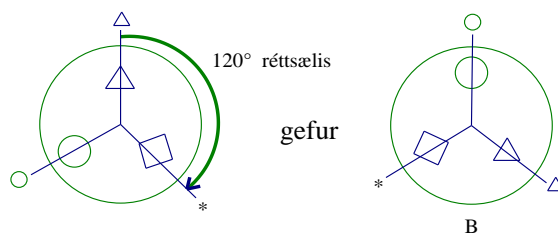
LAUSN: Nú á þversumman að vera 25 og við sjáum að $8+8+8=24$ og $6+9+9=24$ þannig að einn tölustafanna verður að vera 9 og minni tölustafir en 7 koma ekki til greina. Ef einn tölustafanna er 9 þarf summa hinna tveggja að vera 16. Ef tveir tölustafanna eru 9 þarf sá þriðji að vera 7. Sjáum nú að tölurnar sex sem hafa þversummuna 25 eru 988, 898, 889, 997, 979 og 799.

Dæmi 13. Svar: 868 kr.

LAUSN: Hér fæst að 20% afsláttur af 1000 kr. er 200 kr. sem gefur verðið 800 kr. Síðan dragast 100 kr. frá og þá er verðið orðið 700 kr. Loks bætist við 24% virðisauki, þ.e. $700 \cdot 0,24 = 168$ kr. og þá er lokaverð súpunnar $700 + 168 = 868$ kr.

Dæmi 14. Svar: B

LAUSN: Sjá mynd.



Dæmi 15. Svar: 7.

LAUSN: Hér þarf $N+2$ að vera jákvæð heiltala og ganga upp í 36. Tölurnar sem ganga upp í 36 eru 36, 18, 12, 9, 6, 4, 3, 2 og 1. En hér gildir að $N+2 > 2$ því N er jákvæð, svo einungis tölurnar $34+2$, $16+2$, $10+2$, $7+2$, $4+2$, $2+2$, $1+2$ koma til greina sem $N+2$ og þær eru 7 talsins.

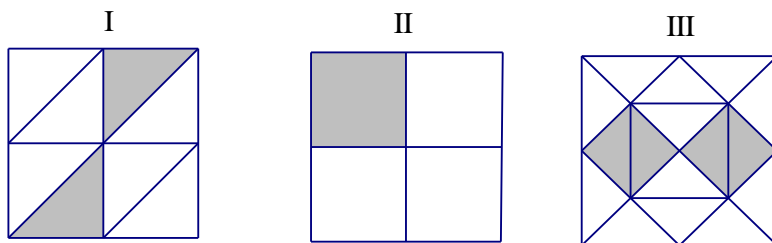
Dæmi 16. Svar: 32.

LAUSN: Af 48 stúlkum voru 20 úr KR þannig að stúlkur úr Val voru $48 - 20 = 28$. Nú voru 60 unglingar úr Val sem gefur þá að drengir úr Val voru $60 - 28 = 32$.

Dæmi 17. Svar: A) Flatarmál skyggðu svæðanna eru jöfn í öllum þremur ferningunum.

LAUSN: Skyggða svæðið í ferningi II er greinilega $\frac{1}{4}$ af flatarmáli ferningsins. Í ferningi eru 2 þríhyrningar af 8 eins þríhyrningum

þríhyrningum skyggðir. Flatarmál þeirra er því samtals $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ af flatarmáli ferningsins. Í ferningi III má skipta hverjum tígli í tvo þríhyrninga. Þá sjáum við að 4



þríhyrningar af $4 + 4 \cdot 3 = 16$ þríhyrningum eru skyggðir.

Flatarmáli þeirra er því samtals $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$ af flatarmáli ferningsins. Skyggðu svæðin í ferningunum þrem eru því öll jöfn.

Dæmi 18. Svar: $\frac{5}{24}$.

LAUSN: Talan mitt á milli $\frac{1}{6}$ og $\frac{1}{4}$ er meðaltal talanna tveggja þ.e.

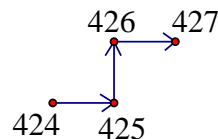
$$\frac{\frac{1}{6} + \frac{1}{4}}{2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{4} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{4+6}{24} = \frac{1}{2} \cdot \frac{10}{24} = \frac{5}{24}.$$

Dæmi 19. Svar: 36.

LAUSN: Nú spila tvö börn saman hvert spil svo heildarspílatími allra barnanna í í mínútum er samtals $2 \cdot 90 = 180$. Þessum tíma er skipt jafnt á milli barnanna 5 þannig að hver barn spilar í $180/5 = 36$ mínútur.

Dæmi 20. Svar: A.

LAUSN: Leiðin endurtekur sig með fjögurra skrefa millibili. Ef við deilum 4 í 425 fáum við $425 = 4 \cdot 105 + 1$ eða 1 í afgang og eins fáum við 3 í afgang ef við deilum 4 í 427 þannig að leiðin frá 425 til 427 er eins og leiðin frá 1 til 3. Sjá mynd.



Dæmi 21. Svar: 0.

LAUSN: Kvaðratróttin af 49 er 7 og tala 7 er þáttur í 49 svo talan 7 er líka þáttur í 49 í öðru veldi svo deilingin gengur upp og afgangurinn er 0, $49^2 = 7^4$.

Dæmi 22. Svar: 336.

LAUSN: Síðastliðið skólaár var hlutfall stúlkna í skólanum $\frac{315}{600} = \frac{63}{120} = \frac{21}{40}$. Nú í ár

hefur nemendum fjölgað um 40 en hlutfall stúlkna haldist óbreytt. Þeim hefur því

fjölgað um $\frac{21}{40} \cdot 40 = 21$ stúlku. Heildarfjöldi stúlkna er því $315 + 21 = 336$.

Dæmi 23. Svar: $x = -3$.

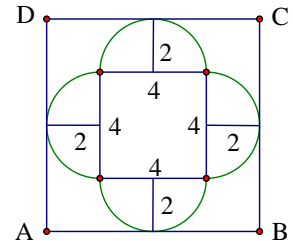
LAUSN: Höfum

$$12x - 2 = 64 - 6(5 - 4x) \Leftrightarrow 12x - 2 = 64 - 30 + 24x \Leftrightarrow 12x - 24x = 64 - 30 + 2$$

$$\Leftrightarrow -12x = 36 \Leftrightarrow x = \frac{-36}{12} \Leftrightarrow x = -3.$$

Dæmi 24. Svar: 64.

LAUSN: Geisli hvers hálfhrings er hálf hlið minni ferningsins eða 2. Þá sést að hliðarlengd ferningsins $ABCD$ er $4 + 2 + 2 = 8$ (ein hlið og tveir geislar) þannig að flatamál ferningsins $ABCD$ er þá $8 \cdot 8 = 8^2 = 64$.



Dæmi 25. Svar: 26.

LAUSN: Berta á $30 - 6 = 24$ dætradætur og engin þeirra á dætur. Nú eru $24 = 6 \cdot 4$ svo að 4 af 6 dætrum Bertu eiga 6 dætur en 2 engar. Fjöldi kvenna sem eiga engar dætur er þá $24 + 2 = 26$.

Dæmi 26. Svar: 248.

LAUSN: Látum fjarlægðina frá Laxnesi að Lækjargötu vera d kílómetra. Nú gildir að

$$\text{tími} = \frac{\text{vegalengd}}{\text{meðalhraða}}. \text{ Tíminn sem Lárus er að aka frá Laxnesi að Lækjargötu er þá } \frac{d}{60} \text{ klst. og}$$

tíminn sem það tekur hann að aka til baka er $\frac{d}{40}$ klst. Samtals tekur ferðin fram og til baka þá

$$\frac{d}{60} + \frac{d}{40} = \frac{2d + 3d}{120} = \frac{5d}{12} = \frac{d}{24} \text{ klst. Heildarvegalengdin sem hann ekur er } 2d \text{ og þá fæst}$$

meðalhraðinn (þ.e. vegalengd deilt með tíma) er í km/klst. $\frac{2d}{\frac{d}{24}} = \frac{24 \cdot 2d}{d} = 48$.