

Stærðfræðikeppni Menntaskólans í Reykjavík fyrir grunnskólanema, haldin 14. mars 2023 10. bekkur

Lausnir

Dæmi 1. Svar: 0,039.

LAUSN: Vaxandi röð talnanna er 0,039 0,19 0,8901 og 0,9 þannig að 0,039 er minnst.

Dæmi 2. Svar: 44.

LAUSN: Hér fæst $7 \cdot 8 + 2 \cdot 0 - 4 \cdot 3 = 56 + 0 - 12 = 44$.

Dæmi 3. Svar: 3.

LAUSN: Talan 1 er ekki framtala en 2 er eina slétta framtalan. Tölurnar 3 og 19 eru framtölur. Tölurnar 15 og 27 eru deilanlegar með 3 og því ekki framtölur. Hér eru því þrjár framtölur.

Dæmi 4. Svar: 2.

LAUSN: Hér fæst að $\frac{6+4}{n} = 5$ er jafngilt $6+4 = 5n$ eða $10 = 5n$ sem gefur $n = 2$.

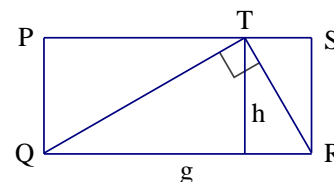
Dæmi 5. Svar: 8.

LAUSN: Við drögum hæð þríhyrningsins QTR frá T hornrétt á hliðina QR og táknum lengd hæðarinnar með h og lengd grunnlínu með g .

Flatarmál rétthyrningsins er þá $F_{PQRS} = h \cdot g$. Svo sést að flatarmál

þríhyrningsins QTR er $F_{QTR} = \frac{1}{2} h \cdot g$ en það er $F_{QTR} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 4$ því

hann er rétthyrndur. En nú er flatarmál rétthyrningsins tvöfalt flatarmál þríhyrningsins svo það er $2 \cdot 4 = 8$.



Dæmi 6. Svar: 4:10.

LAUSN: Átta klukkustundum frá klukkna 7:25 er klukkna orðin 15:25 eða 3:25 eftir hádegi (sem er ekki tekið fram í dæminu) 45 mínútum síðar er klukkna orðin 4:10 sem er þá svarið.

Dæmi 7. Svar: 50° .

LAUSN: Nú er hornasumma þríhyrnings 180° svo $\angle ABE = 180^\circ - (60^\circ + 40^\circ) = 80^\circ$. Nú mynda hornin $\angle ABD$ og $\angle DBC$ beina línu (grannhorn) svo hornasumma þeirra er 180° sem gefur $\angle DBC = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$. Að lokum fæst $\angle BDC = 180^\circ - (100^\circ + 30^\circ) = 50^\circ$.

Dæmi 8. Svar: Bara (i).

LAUSN: Setning (i) er sönn því $2x > x$ fyrir öll $x > 0$.

Setning (ii) er röng t.d. er $\left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$ sem er ekki stærri en $\frac{1}{2}$.

Setning (iii) er röng t.d. er $\sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$ sem er ekki minni en $\frac{1}{9}$.

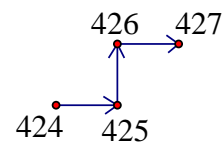
Dæmi 9. Svar: 36.

LAUSN: Nú spila tvö börn saman hvert spil og það gera samtals $2 \cdot 90 = 180$ mínútur alls í spilatíma. Þessum tíma er skipt jafnt á milli barnanna 5 þannig að hver barn spilar í $180/5 = 36$ mínútur.

Dæmi 10. Svar: A.

LAUSN: Leiðin endurtekur sig með fjögurra skrefa millibili.

Ef við deilum 4 í 245 fáum við 1 í afgang og við fáum 3 í afgang ef við deilum 4 í 427 þannig að leiðin frá 425 til 427 er eins og leiðin frá 1 til 3. Sjá mynd.



Dæmi 11. Svar: 0.

LAUSN: Kvaðratróttin af 49 er 7 og tala 7 er þáttur í 49 svo talan 7 er líka þáttur í 49 í öðru veldi svo deilingin gengur upp og afgangurinn er 0.

Dæmi 12. Svar: 336.

LAUSN: Síðastliðið skólaár var hlutfall stúlkna í skólanum $\frac{315}{600} = \frac{63}{120} = \frac{21}{40}$. Nú í ár

hefur nemendum fjölgað um 40 en hlutfall stúlkna haldist óbreytt. Þeim hefur því

fjölgað um $\frac{21}{40} \cdot 40 = 21$ stúlku. Heildarfjöldi stúlkna er því $315 + 21 = 336$.

Dæmi 13. Svar: $x = -\frac{5}{23}$.

LAUSN: Höfum

$$7x - 3 = \frac{4}{5}(3x - 5) \Leftrightarrow 5 \cdot (7x - 3) = 4 \cdot (3x - 5) \Leftrightarrow 35x - 15 = 12x - 20 \Leftrightarrow 35x - 12x = -20 + 15$$

$$\Leftrightarrow 23x = -5 \Leftrightarrow x = -\frac{5}{23}.$$

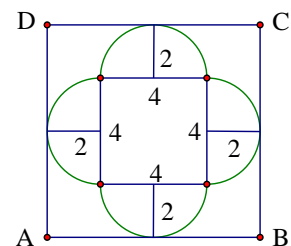
Dæmi 14. Svar: 64.

LAUSN: Geisli hvers hálfhrings er hálf hlið minni ferningsins eða

2. Þá sést að hliðarlengd ferningsins $ABCD$ er $4 + 2 + 2 = 8$ (ein

hlið og tveir geislar) þannig að flatamál ferningsins $ABCD$ er þá

$$8 \cdot 8 = 8^2 = 64.$$



Dæmi 15. Svar: 26.

LAUSN: Berta á $30 - 6 = 24$ barnabörn sem öll eru dætradætur og engin þeirra á dætur. Dætradæturnar eru börn $24/6 = 4$ af dætrum Bertu, svo að fjöldi kvenna sem á engar dætur er $30 - 4 = 26$.

Dæmi 16. Svar: 9 sinnum stærra.

LAUSN: Þar sem ummálið er þrisvar sinnum stærra eru hliðar stærri ferningsins þrisvar sinnum lengri en á þeim minni. Flatarmál fernings er hliðarlengd í öðru veldi svo flatarmálið er $3^2 = 9$ stærra á stærri ferningnum.

Dæmi 17. Svar: $\frac{25}{72}$.

LAUSN: Brot verður minnst ef við veljum minnstu töluna í teljara og stærstu í nefnara brotsins. Við notum því 1 og 2 í teljara brotanna og 8 og 9 í nefnara þeirra. Þá fást tveir möguleikar þ.e.

$$\frac{1}{8} + \frac{2}{9} = \frac{9+16}{72} = \frac{25}{72} \text{ og } \frac{1}{9} + \frac{2}{8} = \frac{8+18}{72} = \frac{26}{72} \text{ og þá sést að } \frac{25}{72} \text{ er minni talan.}$$

Dæmi 18. Svar: 10.

LAUSN: Við getum verið heppin og fengið fjórar kúlur í sama lit með því að draga 4, 5, 6, 7, 8 eða 9 kúlur úr krukkunni. En ef við erum óheppin gætum við dregið þrjár kúlur í hverjum lit þ.e. 3 rauðar, 3 hvítar og 3 blár. En ef við drögum 10 kúlur er sú tíunda í einum af þessum litum og á höfum við fjórar kúlur í sama lit.

Dæmi 19. Svar: 48.

LAUSN: Látum fjarlægðina frá Laxnesi að Lækjargötu vera d kílómetra. Nú gildir $tími = \frac{\text{vegalengd}}{\text{hraða}}$. Tíminn sem Lárus er að aka að Lækjargötu er þá $\frac{d}{60}$ klst. og tíminn sem það

tekur hann að aka til baka er $\frac{d}{40}$ klst. Samtals tekur ferðin fram og til baka þá

$$\frac{d}{60} + \frac{d}{40} = \frac{2d+3d}{120} = \frac{5d}{12} = \frac{d}{24} \text{ klst. Heildarvegalengdin sem hann ekur er } 2d \text{ og þá fæst hraðinn}$$

sem vegalengd deilt með tíma eða $\frac{2d}{\frac{d}{24}} = 2 \cdot 24 = 48$ kílómetrar á klukkustund.

Dæmi 20. Svar: 52.

LAUSN: Við táknum tölustafinn í einingarsætinu með x . Tölustafurinn í tugasætinu er þá $x+3$. Þversumma tölunnar er þá $x+3+x=2x+3$. Svo er gefið að

$$\frac{10(x+3)+x}{2x+3} = 7 + \frac{3}{2x+3} \quad (\text{svarið } 7 \text{ og } 3 \text{ í afgang}).$$
 Þessa jöfnu má lengja með $2x+3$

(vitum að $x \geq 0$ svo $2x+3 \geq 3$) og þá fæst $10(x+3)+x=7(2x+3)+3$. Við leysum jöfnuna og fáum

$$10(x+3)+x=7(2x+3)+3 \Leftrightarrow 10x+30+x=14x+21+3$$

$$\Leftrightarrow 10x+x-14x=21+3-30-3 \Leftrightarrow -3x=-6 \Leftrightarrow x=2.$$

Þá er 2 í einingarsætinu og $2+3=5$ í tugasætinu og talan er 52.

Dæmi 21. Svar: 130° .

LAUSN: Við drögum striki PR . Þar sem $PQ=QR$ og $\angle Q=60^\circ$ er þríhyrningurinn PQR jafnarma og öll horn hans eru 60° þannig að hann er jafnhliða. Því er $PR=PQ=QR=RS$ og $\angle PQR=60^\circ$. Nú er $\angle SRQ=100^\circ$ og þá er $\angle SRP=100^\circ-60^\circ=40^\circ$. Þar sem $PR=RS$ er þríhyrningurinn PRS jafnarma þannig að

$$\angle RPS = \angle PSR = \frac{1}{2}(180^\circ - 40^\circ) = 70^\circ. \text{ Þá fæst að}$$

$$\angle QPS = 70^\circ + 60^\circ = 130^\circ.$$

