

Stærðfræðikeppni Menntaskólans í Reykjavík fyrir grunnskólanema, haldin 14. mars 2017 8. bekkur

Lausnir

Dæmi 1. Svar: $(1,1;-2,1;1,0)$.

LAUSN: Summan talnanna í þrenndinni $(1,1;-2,1;1,0)$ er $1,1+(-2,1)+1,0=2,1-2,1=0$. Summa talna hinna er 1.

Dæmi 2. Svar: $19/360$.

LAUSN: Talan mitt á milli $1/18$ og $1/20$ er meðaltal þeirra sem er

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{18} + \frac{1}{20}\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{20}{360} + \frac{18}{360}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{38}{360} = \frac{19}{360}.$$

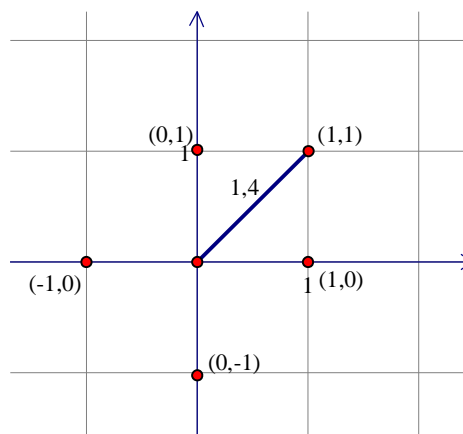
Dæmi 3. Svar: $(1,1)$.

LAUSN: Fyrstu fjórir punktarnir eru í fjarlægðinni 1 frá upphafspunkti hnitakerfisins. Með reglu

Pýþagórasar fæst að punkturinn $(1,1)$ er í fjarlægðinni

$\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2} \approx 1,4$ frá upphafspunkti hnitakerfisins og er því lengst frá honum.

Hornalína í ferningi er lengri en hliðarlengd hans.



Dæmi 4. Svar: 18.

LAUSN: Hér fæst $486 = 18 \cdot 27$ þ.e. $\frac{486}{18} = 27$ svo 18 er svarið.

Dæmi 5. Svar: 6.

LAUSN: Talan $4^4 \cdot 5^4$ er $4^4 \cdot 5^4 = (4 \cdot 5)^4 = 20^4 = 2^4 \cdot 10^4 = 16 \cdot 10000 = 160.000$ sem er 6 tölustafa.

Dæmi 6. Svar: π .

LAUSN: Hlutfallið milli ummáls hrings og þvermáls hans er π sama hver geislinn er.

Dæmi 7. Svar: 2.

LAUSN: Talan 1 er ekki frumtala, 9 er ekki frumtala því $3^2 = 9$ en 2 og 11 eru frumtölur, svo svarið er 2. Talan 2 er eina slétta frumtalan.

Dæmi 8. Svar: 505.

LAUSN: Látum x tákna fjölda þeirra sem voru á undan Jóhönnu. Þá voru $3x$ á eftir henni og þá fæst jafnan $x+1+3x=2017$ eða $4x=2016$ svo $x=504$. Jóhanna var því í 505. sæti.

Dæmi 9. Svar: 100.

LAUSN: Við stytum samliggjandi brot og fáum

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{10} \cdot 1000 = \frac{1}{10} \cdot 1000 = 100.$$

Dæmi 10. Svar: \div .

LAUSN: Ef við setjum deilingarmerki í stað ? í $(6?3)+4-(2-1)$ fæst

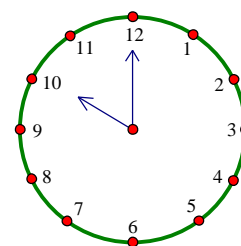
$$(6?3)+4-(2-1)=(6\div 3)+4-(2-1)=2+4-1=5 \text{ svo þá er jafnan rétt.}$$

Dæmi 11. Svar: 60° .

LAUSN: Nú er hringur klukkunnar 360° og honum er skipt í 12 bil

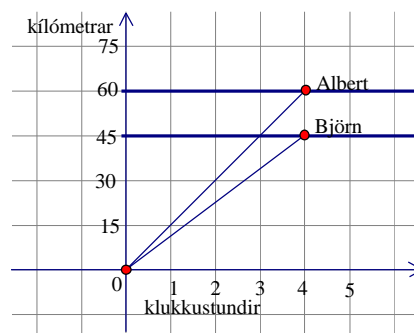
svo hvert bil er $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$. Það eru tvö bil á milli vísanna á

klukkunni þegar hún er 10 svo hornið er 60° .



Dæmi 12. Svar: 15 km.

LAUSN: Eftir 4 klukkustundir hefur Albert hjólað 60 km en Björn 45 km. Mismunurinn er 15 km.



Dæmi 13. Svar: 400.

LAUSN: Fyrir breytinguna er garðurinn $50 \cdot 10 = 500$ fermetrar. Ummál hans er $2 \cdot 50 + 2 \cdot 10 = 120$ metrar. Ummál nýja garðsins er líka 120 metrar og hann er ferningslaga svo hver hlið hans er 30 metrar. Flatarmál hans er þá $30 \cdot 30 = 900$ fermetrar. Garðurinn hefur því stækkað um $900 - 500 = 400$ fermetra.

Dæmi 14. Svar: María.

LAUSN: Samkvæmt annarri málsgrein á Freyja meira en eitthvert hinna svo hún á ekki minnstu upphæðina. Af þriðju málsgrein sést að Björn og Kristín eiga meira en eitthvert hinna svo þau eru útilokuð. Af fjórðu málsgrein sést að Jón á meira en eitthvert hinna svo þá kemur María ein til greina.

Dæmi 15. Svar: 140.

LAUSN: Vegalengdin á milli Mývatns og Egilsstaða er $170 - 50 = 120$ km.

Vegalengdin frá Akureyri að bensínstöðinni í km er þá

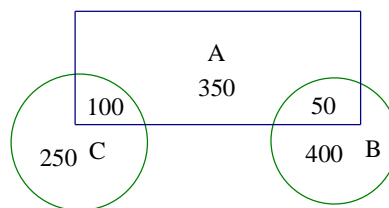
$$50 + \frac{3}{4} \cdot 120 = 50 + 3 \cdot 30 = 50 + 90 = 140.$$

Dæmi 16. Svar: 1150.

LAUSN: Blómabeð A hefur 350 blóm sem eru hvorki hluti af beði B né C. Beð B hefur 400 blóm sem eru hvorki sameiginleg A né C og beð C hefur 250 blóm sem eru hvorki sameiginleg A né B. Alls eru blómin því $350 + 400 + 250 + 50 + 100 = 1150$.

Lausnina má einnig fá með því að reikna

$$500 + 450 + 350 - 50 - 100 = 1150.$$



Dæmi 17. Svar: $\frac{7}{12}$.

LAUSN: Af 60 sekúndum er ekki grænt ljós í $30 + 5 = 35$ sekúndur (rautt og gult). Líkurnar eru því

$$\frac{35}{60} = \frac{7}{12}.$$

Dæmi 18. Svar: 24.

LAUSN: Stærsta summan fæst þegar 13 er í miðjunni. Summan er þá

$13 + 10 + 1 = 13 + 7 + 4 = 24$. Tvær aðrar jafnar summur má fá, 18 og 21 en þær eru minni en 24.

Dæmi 19. Svar: 27%.

LAUSN: Liðið hefur leikið 15 leiki og tapað 4 leikjum. Það hefur þá tapað

$$\frac{4}{15} \cdot 100 = \frac{4 \cdot 100}{15} \% \approx 26\frac{2}{3} \% \approx 27\% \text{ leikjanna.}$$

Dæmi 20. Svar: 28 ár.

LAUSN: Samanlagður aldur allra á námskeiðinu er $40 \cdot 17 = 680$ ár. Samanlagður aldur stúlkanna er $20 \cdot 15 = 300$ ár og samanlagður aldur drengjanna er $15 \cdot 16 = 240$ ár.

Samanlagður aldur fullorðinna er þá $680 - 300 - 240 = 140$ ár. Meðalaldur þess er því

$$\frac{140}{5} = 28 \text{ ár.}$$

Dæmi 21. Svar: 5.

LAUSN: Þórey þurfti að svara 60% af 75 dæmum rétt en það eru $0,60 \cdot 75 = 45$ dæmi.

Fjöldi dæma sem hún svaraði rétt er $0,7 \cdot 10 + 0,4 \cdot 30 + 0,6 \cdot 35 = 7 + 12 + 21 = 40$ dæmi.

Hún þurfti því að svara $45 - 40 = 5$ dæmum í viðbót rétt.

Dæmi 22. Svar: 100.

LAUSN: Það eru 5 lög í pýramídanum, og hvert fjögurra efstu laganna hefur einu epli færri í bæði lengd og breidd en lagið fyrir neðan það. Því er heildarfjöldi epla í pýramídanum $5 \cdot 8 + 4 \cdot 7 + 3 \cdot 6 + 2 \cdot 5 + 1 \cdot 4 = 100$ stykki.

Dæmi 23. Svar: $x = 1$.

LAUSN: Höfum

$$-3x - 4(2x - 3) - 3 = 7x - 9 \Leftrightarrow -3x - 8x + 12 - 3 = 7x - 9 \Leftrightarrow -11x + 9 = 7x - 9$$

$$\Leftrightarrow -18x = -18 \Leftrightarrow x = \frac{-18}{-18} \Leftrightarrow x = 1.$$

Dæmi 24. Svar: 5.

LAUSN: Við táknum þessar 10 samliggjandi heiltölur sem

$x-4, x-3, x-2, x-1, x, x+1, x+2, x+3, x+4, x+5$. Summa þeirra er 5 svo við fáum jöfnuna

$(x-4)+(x-3)+(x-2)+(x-1)+x+(x+1)+(x+2)+(x+3)+(x+4)+(x+5)=5$ sem er jafnglit

$10x+5=5$ eða $10x=0$ svo $x=0$. Stærsta talan er því 5.

Dæmi 25. Svar: $2\frac{2}{3}$ eða $\frac{8}{3}$.

LAUSN: Hér fæst að einn fiskur er andvirði $\frac{2}{3}$ af brauðhleif sem gefa $\frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$ af

hrísgrjónapokum.

Dæmi 26. Svar: 40° .

LAUSN: Í jafnhliða þríhyrningi eru öll horn 60° . Þar

sem ABC og CDE eru eins er þríhyrningurinn BDC

jafnarma. Þá er $\angle BCD = 60^\circ + 80^\circ = 140^\circ$. Svo gildir

$\angle BDC = \angle DBC = x$ og þá gefur hornasumma

þríhyrningsins BDC að $x+x+140^\circ = 180^\circ$ eða $2x = 40^\circ$

og þá er $x = 20^\circ$. Þá er $v = \angle ABD = 60^\circ - 20^\circ = 40^\circ$.

