

# Stærðfræðikeppni Menntaskólans í Reykjavík fyrir grunnskólanema, haldin 14. mars 2017 10. bekkur

## Lausnir

**Dæmi 1.** Svar:  $(1,1;-2,1;1,0)$ .

LAUSN: Summan talnanna í þrenndinni  $(1,1;-2,1;1,0)$  er  $1,1+(-2,1)+1,0=2,1-2,1=0$ .  
Summa talna hinna er 1.

**Dæmi 2.** Svar:  $\frac{630}{5}$ .

LAUSN: Hér er  $\frac{630}{5}=126$ ,  $100+\frac{125}{5}=125$ ,  $5^3=125$  og  $\frac{5^4}{5}=5^{4-1}=5^3=125$  og 126 er þá stærst.

**Dæmi 3.** Svar: 6.

LAUSN: Talan  $4^4 \cdot 5^4$  er  $4^4 \cdot 5^4 = (4 \cdot 5)^4 = 20^4 = 2^4 \cdot 10^4 = 16 \cdot 10000 = 160.000$  sem er 6 tölustafa.

**Dæmi 4.** Svar: 505.

LAUSN: Látum  $x$  tákna fjölda þeirra sem voru á undan Jóhönnu. Þá voru  $3x$  á eftir henni og þá fæst jafnan  $x+1+3x=2017$  eða  $4x=2016$  svo  $x=504$ . Jóhanna var því í 505. sæti.

**Dæmi 5.** Svar: 100.

LAUSN: Við stytum samliggjandi brot og fáum

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{10} \cdot 1000 = \frac{1}{10} \cdot 1000 = 100.$$

**Dæmi 6.** Svar:  $\div$ .

LAUSN: Ef við setjum deilingarmerki í stað ? í  $(6?3)+4-(2-1)$  fæst

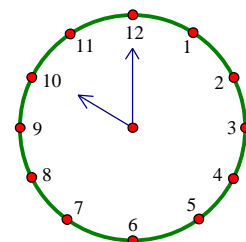
$$(6?3)+4-(2-1) = (6 \div 3)+4-(2-1) = 2+4-1 = 5 \text{ svo þá er jafnan rétt.}$$

**Dæmi 7.** Svar:  $60^\circ$ .

LAUSN: Nú er hringur klukkunnar  $360^\circ$  og honum er skipt í 12

bil svo hvert bil er  $\frac{360^\circ}{12} = 30^\circ$ . Það eru tvö bil á milli vísanna á

klukkunni þegar hún er 10 svo hornið er  $60^\circ$ .

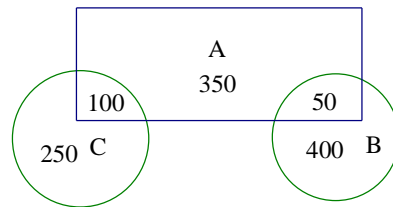


**Dæmi 8.** Svar: 400.

LAUSN: Fyrir breytinguna er garðurinn  $50 \cdot 10 = 500$  fermetrar. Ummál hans er  $2 \cdot 50 + 2 \cdot 10 = 120$  metrar. Ummál nýja garðsins er líka 120 metrar og hann er ferningslaga svo hver hlið hans er 30 metrar. Flatarmál hans er þá  $30 \cdot 30 = 900$  fermetrar. Garðurinn hefur því stækkað um  $900 - 500 = 400$  fermetra.

**Dæmi 9.** Svar: 1150.

LAUSN: Blómabeð A hefur 350 blóm sem eru hvorki hluti af beði B né C. Beð B hefur 400 blóm sem eru hvorki sameiginleg A né C og beð C hefur 250 blóm sem eru hvorki sameiginleg A né B. Alls eru blómin því  $350 + 400 + 250 + 50 + 100 = 1150$ . Lausnina má einnig fá með því að reikna  $500 + 450 + 350 - 50 - 100 = 1150$ .



**Dæmi 10.** Svar: 27%.

LAUSN: Liðið hefur leikið 15 leiki og tapað 4 leikjum. Það hefur þá tapað

$$\frac{4}{15} \cdot 100 = \frac{4 \cdot 100}{15} \% \approx 26\frac{2}{3} \% \approx 27\% \text{ leikjanna.}$$

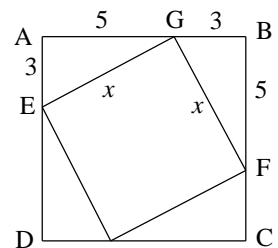
**Dæmi 11.** Svar: 5.

LAUSN: Þórey þurfti að svara 60% af 75 dæmum rétt en það eru  $0,60 \cdot 75 = 45$  dæmi. Fjöldi dæma sem hún svaraði rétt er  $0,7 \cdot 10 + 0,4 \cdot 30 + 0,6 \cdot 35 = 7 + 12 + 21 = 40$  dæmi. Hún þurfti því að svara  $45 - 40 = 5$  dæmum í viðbót rétt.

**Dæmi 12.** Svar: 34.

LAUSN: Köllum hliðarlengd minni ferningsins  $x$ . Flatarmál hans er þá  $x \cdot x = x^2$ . Við notum svo reglu Pýþagórasar á þríhyrninginn AEG til þess að finna  $x^2$  sem gefur  $x^2 = 3^2 + 5^2 = 9 + 25 = 34$  svo flatarmálið er 34.

Eins má draga flatarmál þríhyrninganna fjögurra frá flatarmáli stærri ferningsins og fá  $8^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5 = 34$ .



**Dæmi 13.** Svar:  $x = 4,25 = \frac{17}{4}$ .

LAUSN: Höfum

$$\frac{1}{4}(8x - 6) - 3 = \frac{1}{7}(8x - 6) \Leftrightarrow 7(8x - 6) - 3 \cdot 4 \cdot 7 = 4(8x - 6) \Leftrightarrow 56x - 42 - 84 = 32x - 24$$

$$\Leftrightarrow 56x - 32x = -24 + 42 + 84 \Leftrightarrow 24x = 102 \Leftrightarrow x = \frac{102}{24} \Leftrightarrow x = \frac{17}{4}.$$

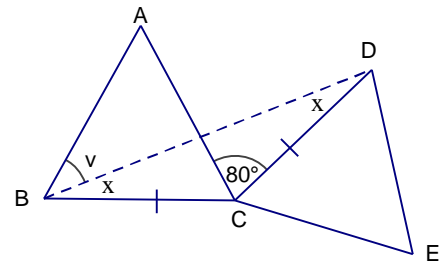
**Dæmi 14.** Svar:  $40^\circ$ .

LAUSN: Í jafnhliða þríhyrningi eru öll horn  $60^\circ$ . Þar sem  $ABC$  og  $CDE$  eru eins er þríhyrningurinn  $BDC$  jafnarma.

Þá er  $\angle BCD = 60^\circ + 80^\circ = 140^\circ$ . Svo gildir

$\angle BDC = \angle DBC = x$  og þá gefur hornasumma

þríhyrningsins  $BDC$  að  $x + x + 140^\circ = 180^\circ$  eða  $2x = 40^\circ$  og þá er  $x = 20^\circ$ . Þá er  $v = \angle ABD = 60^\circ - 20^\circ = 40^\circ$ .



**Dæmi 15.** Svar: 5.

LAUSN: Við táknum þessar 10 samliggjandi heiltölur sem

$x-4, x-3, x-2, x-1, x, x+1, x+2, x+3, x+4, x+5$ . Summa þeirra er 5 svo við fáum jöfnuna  $(x-4) + (x-3) + (x-2) + (x-1) + x + (x+1) + (x+2) + (x+3) + (x+4) + (x+5) = 5$  sem er jafngliti  $10x + 5 = 5$  eða  $10x = 0$  svo  $x = 0$ . Stærsta talan er því 5.

**Dæmi 16.** Svar:  $2\frac{2}{3}$  eða  $\frac{8}{3}$ .

LAUSN: Hér fæst að einn fiskur er andvirði  $\frac{2}{3}$  af brauðhleif sem gefa  $\frac{2}{3} \cdot 4 = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$  af hrísgrjónapokum.

**Dæmi 17.** Svar:  $\frac{7}{12}$ .

LAUSN: Af 60 sekúndum er ekki grænt ljós í  $30 + 5 = 35$  sekúndur (rautt og gult). Líkurnar eru því  $\frac{35}{60} = \frac{7}{12}$ .

**Dæmi 18.** Svar: 28 ár.

LAUSN: Samanlagður aldur allra á námskeiðinu er  $40 \cdot 17 = 680$  ár. Samanlagður aldur stúlkanna er  $20 \cdot 15 = 300$  ár og samanlagður aldur drengjanna er  $15 \cdot 16 = 240$  ár. Samanlagður aldur fullorðinna er þá  $680 - 300 - 240 = 140$  ár. Meðalaldur þess er

því  $\frac{140}{5} = 28$  ár.

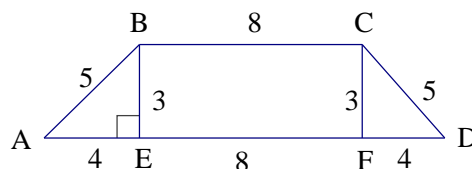
**Dæmi 19.** Svar: 34.

LAUSN: Við skiptum trapisunni upp í þrjá hluta eins og myndin sýnir. Þríhyrningarnir  $ABE$  og  $DCF$  eru

eins og grunnlínur þeirra eru  $AE = FD = \frac{16-8}{2} = 4$

að lengd. Þeir eru rétthyrndir. Regla Pýþagórasar

gefur þá  $AB^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$  svo  $CD = AB = 5$ . Ummálið er þá  $5 + 8 + 5 + 16 = 34$ .



**Dæmi 20:** Svar:  $124^\circ$ .

LAUSN: Látum  $\angle B = 2x$  og  $\angle C = 2y$ . Hornasumma

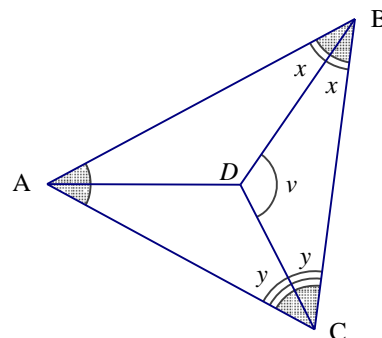
$\triangle ABC$  er  $180^\circ$  svo  $68^\circ + 2x + 2y = 180^\circ$  sem gefur

$$2x + 2y = 180^\circ - 68^\circ \text{ eða } x + y = \frac{112^\circ}{2} = 56^\circ.$$

Hornasumma þríhyrningsins  $BDC$  er  $180^\circ$  og þá fæst

jafnan  $x + v + y = 180^\circ$  eða

$$v = 180^\circ - (x + y) = 180^\circ - 56^\circ = 124^\circ.$$



**Dæmi 21.** Svar: 40.

LAUSN: Áður en bókstöfunum var fjölgað var heildarfjöldi númeraplatna

$5 \cdot 3 \cdot 4 = 60$ . Ef við bætum bókstöfunum tveimur við annað mengið verða plöturnar

$5 \cdot 5 \cdot 4 = 100$  talsins og það er fjölgun um  $100 - 60 = 40$  plötur. Ef einn bókstafur

bætist við annað mengið og annar við þriðja mengið er heildarfjöldi platna

$5 \cdot 4 \cdot 5 = 100$  og því sama fjölgun. Aðrir kostir gefa færri plötur. Þeir eru:

Báðar tölur í fyrsta mengið gefur  $7 \cdot 3 \cdot 4 = 84$  plötur.

Báðar tölur í þriðja mengið gefur  $5 \cdot 3 \cdot 6 = 90$  plötur.

Önnur talan í fyrsta mengið og hin í annað gefur  $6 \cdot 4 \cdot 4 = 96$  plötur.

Önnur talan í fyrsta mengið og hin í þriðja gefur  $6 \cdot 3 \cdot 5 = 90$  plötur.