# Stærðfræðikeppni Menntaskólans í Reykjavík fyrir grunnskólanema, haldin 13. mars 2018 9. bekkur

## Lausnir

**Dæmi 1.** Svar: 51.
LAUSN: Hér fáum við að fjöldi af bláum, rauðum og grænum kúlum er
$\frac{612}{2}+\frac{612}{4}+\frac{612}{6}=306+153+102=561$. Kúlur með öðrum lit eru þá $612-561=51$.

**Dæmi 2.** Svar: 4.
LAUSN: Hver af svigunum í $(1-2)-(3-4)-(5-6)-(7-8)-(9-10)-(11-12)$ er $-1$ svo hér fæst $(1-2)-(3-4)-(5-6)-(7-8)-(9-10)-(11-12)=-1+1+1+1+1+1=4$.

**Dæmi 3.** Svar: 1.
LAUSN: Hér fæst $\dfrac{\overbrace{10-9}^{1}+\overbrace{8-7}^{1}+\overbrace{6-5}^{1}+\overbrace{4-3}^{1}+\overbrace{2-1}^{1}}{\underbrace{1-2}_{-1}+\underbrace{3-4}_{-1}+\underbrace{5-6}_{-1}+\underbrace{7-8}_{-1}+9}=\dfrac{5\cdot 1}{4\cdot(-1)+9}=\dfrac{5}{5}=1$.

**Dæmi 4.** Svar: $1\frac{1}{5}$.
LAUSN: Hér er $1\frac{1}{5}=\frac{6}{5}\neq\frac{5}{4}$ svo svarið er $1\frac{1}{5}$. Hinar tölurnar eru jafnar, t.d. er $1\frac{3}{12}=\frac{15}{12}=\frac{5}{4}$.

**Dæmi 5.** Svar: 0.
LAUSN: Talan er 10 tölustafir svo að minnsta kosti einn tölustafanna er núll því annars væri summa tölustafanna hærri en 9. Margfeldi tölustafanna er því núll.

**Dæmi 6.** Svar: 28.
LAUSN: Stærsti mismunur tveggja talna fæst með því að draga minnstu töluna frá þeirri stærstu sem gefur $12-(-16)=12+16=28$.

**Dæmi 7.** Svar: 80%.
LAUSN: Júlía var með 35 stig og af þeim fékk hún $35-2-5=28$ stig fyrir einfalda slagi. Hlutfalli er þá $\frac{28}{35}\cdot 100=80\%$.

**Dæmi 8.** Svar: 216.
LAUSN: Við fáum $2^3\cdot 3^3=2\cdot 2\cdot 2\cdot 3\cdot 3\cdot 3=8\cdot 27=216$.

**Dæmi 9.** Svar: 5.
LAUSN: Flatarmál rétthyrningsins er $2 \cdot 3 = 6$ og flatarmál hringsins er $0,5^2 \cdot \pi \approx 0,25 \cdot 3 = 0,75$. Nálgun fyrir flatarmál skyggða svæðisins er þá $6 - 0,75 = 5,25$ og 5 er sú heiltala sem er næst því.

**Dæmi 10.** Svar: 1.
LAUSN: Við notum skilgreininguna á þríhyrningsaðgerðinni og fáum $(1+3-4)+(2+5-6)=0+1=1$.

**Dæmi 11.** Svar: 20.
LAUSN: Litlu þríhyrningarnir eru 10. Flatarmál hvers þeirra er $\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 2$.
Flatarmál þeirra allra er því $2 \cdot 10 = 20$.

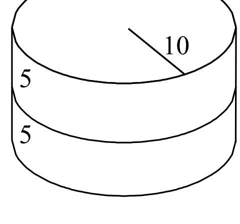
Önnur lausn fæst út frá hlutfalli skyggðu þríhyrninganna af heildarfjölda þeirra.
Flatarmál þríhyrningsins er $\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 = 32$. Hlutfallið gefur þá $\frac{10}{16} \cdot 32 = 20$.

**Dæmi 12.** Svar: 24.000.
LAUSN: Hvert dekk var notað 4/5 hluta af akstursvegalengdinni. Hvert dekk var því notað í $30000 \cdot \frac{4}{5} = 24.000$ km.

**Dæmi 13.** Svar: 24.
LAUSN: Þar sem munurinn á milli hálffulls brúsa og brúsa með 1/3 af vatni er fjórir lítrar sést að 4 lítrar eru $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ af fullum brúsa. Brúsinn tekur því $4 \cdot 6 = 24$ lítra.

**Dæmi 14.** Svar: B.
LAUSN: Í rununni eru 9 stafir sem eru endurteknir aftur og aftur. Ef við deilum 9 upp í 2018 er afgangurinn 2, þ.e. $\frac{2018}{9} = 224 + \frac{2}{9}$. Stafur númer 2018 er því annar stafurinn í rununni, þ.e. B.

**Dæmi 15.** Svar: B.
LAUSN: Reglan fyrir rúmmál sívalnings er $V = r^2 \cdot \pi \cdot h$ þar sem $r$ er geisli loksins og $h$ er hæð sívalningsins. Rúmmálið tvöfaldast því ef hæðin er tvöfölduð en geislinn hafður óbreyttur.



**Dæmi 16.** Svar: 1.
LAUSN: Í hverju horni blómabeðsins bætist við tvöföld breidd gangstígsins. Hornin eru fjögur svo lengdin, sem bætist við, er 8 sinnum breidd gangstígsins. En það eru 8 metrar svo breidd gangstígsins er 1 metri.

**Dæmi 17.** Svar: 1.
LAUSN: Fjórðungur úr sólarhring er $\frac{1}{4}\cdot 24 = 6$ klst. Einn þriðji af því er $\frac{1}{3}\cdot 6 = 2$ klst. og helmingur af því er ein klst.

**Dæmi 18.** Svar: $x = -\frac{12}{23}$.
LAUSN: Höfum

$$-\frac{3}{4}(5x-8) = 2x+9 \Leftrightarrow -\frac{15}{4}x + 6 = 2x+9 \Leftrightarrow -\frac{15}{4}x - 2x = 9-6 \Leftrightarrow -\frac{23}{4}x = 3$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{3\cdot 4}{23} \Leftrightarrow x = -\frac{12}{23}.$$

**Dæmi 19.** Svar: 37.
LAUSN: Eftir fyrstu klippingu hefur Halldóra 10 miða. Í hvers sinn sem hún klippir einn miða í viðbót bætast 9 miðar við. Að lokum hefur hún því $10+9+9+9=37$ miða.

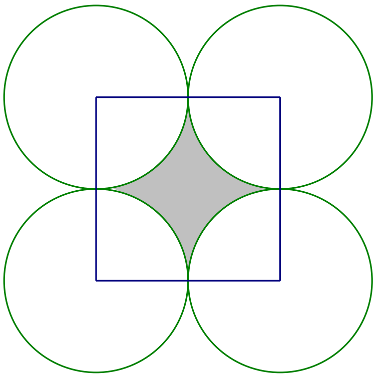
**Dæmi 20.** Svar: $54^\circ$.
LAUSN: Við táknum stærðina á horninu *B* sem *x*, þá er $B = x$, $A = 3x$ og $C = 6x$.
Þá fæst jafnan $x + 3x + 6x = 180^\circ \Leftrightarrow 10x = 180^\circ$ sem gefur $x = 18^\circ$. Þá er $\angle A = 3\cdot 18^\circ = 54^\circ$.

**Dæmi 21.** Svar: $\frac{17}{36}$.
LAUSN: Við skrifum upp allar útkomur og teljum. Þá sést að það eru 17 útkomur (feitletraðar) sem eru stærri en 10.
Líkurnar eru því $\frac{17}{36}$.

| Margfeldi útkoma | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
|---|---|---|---|---|---|---|
| **1** | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| **2** | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | **12** |
| **3** | 3 | 6 | 9 | **12** | **15** | **18** |
| **4** | 4 | 8 | **12** | **16** | **20** | **24** |
| **5** | 5 | 10 | **15** | **20** | **25** | **30** |
| **6** | 6 | **12** | **18** | **24** | **30** | **36** |

**Dæmi 22.** Svar: 4.
LAUSN: Um þríhyrninga gildir að summa af lengd styttri hliðanna er lengri en lengsta hliðin. Nú er hornið $BAC$ stærst svo hliðin $BC$ er lengst. Hún er því lengri en 5 cm og styttri en 10 cm, það er hún getur verið 6, 7, 8 eða 9 cm. Alls 4 möguleikar.

**Dæmi 23.** Svar: $36-9\pi$ eða um 7,7.
LAUSN: Inni í ferningnum eru fjórir jafnstórir hringfjórðungar. Flatarmál þeirra er því jafnt flatarmáli eins hrings með geisla 3 en það er $F_{hringur}=3^2\cdot\pi=9\pi$.
Hliðarlengd ferningsins er tvöfaldur geisli eins hrings, þ.e. 6 og flatarmál ferningsins er þá 36. Mismunur þessara tveggja stærða er flatarmál skyggða svæðisins sem er $36-9\pi$ sem með einum aukastaf er $36-9\cdot3{,}14=7{,}7$.



**Dæmi 24.** Svar: 9 sinnum.
LAUSN: Eftir fyrstu hellingu úr flöskunni er $\frac{1}{2}$ lítri eftir. Næst þegar hellt er verða eftir í flöskunni $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}$ lítrar. Eftir að hellt hefur verið þrisvar úr flöskunni er eftir $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}$ og svo framvegis. Við sjáum að við getum stytt út brotin og fáum $\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{5}\cdot\frac{5}{6}\cdot\frac{6}{7}\cdot\frac{7}{8}\cdot\frac{8}{9}\cdot\frac{9}{10}=\frac{1}{10}$ eða $\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\cdot\frac{\cancel{3}}{\cancel{4}}\cdot\frac{\cancel{4}}{\cancel{5}}\cdot\frac{\cancel{5}}{\cancel{6}}\cdot\frac{\cancel{6}}{\cancel{7}}\cdot\frac{\cancel{7}}{\cancel{8}}\cdot\frac{\cancel{8}}{\cancel{9}}\cdot\frac{\cancel{9}}{10}=\frac{1}{10}$ þannig að eftir að hellt hefur verið níu sinnum úr flöskunni er einn tíundi eftir í henni.